

- BE 1.0 Gegeben ist die reelle Funktion  $f : x \mapsto \frac{4-x}{\ln(4-x)}$  in der Definitionsmenge  $D_f = \{x \mid x < 4 \wedge x \neq 3\}$ .
- 6 1.1 Ermitteln Sie das Verhalten der Funktionswerte  $f(x)$  für  $x \rightarrow -\infty$ ,  $x \rightarrow 3$  und  $x \rightarrow 4$ .
- 7 1.2 Berechnen Sie die erste Ableitung der Funktion  $f$  und untersuchen Sie deren Verhalten für  $x \rightarrow 4$ .  
( Teilergebnis:  $f'(x) = \frac{1 - \ln(4-x)}{(\ln(4-x))^2}$  )
- 6 1.3 Ermitteln Sie das Monotonieverhalten sowie die Koordinaten und die Art des relativen Extrempunktes des Graphen der Funktion  $f$ .
- 7 1.4 Zeichnen Sie den Graphen der Funktion  $f$  und seine Asymptote in ein kartesisches Koordinatensystem für  $-3 \leq x < 4$ .  
Verwenden Sie dazu die bisherigen Ergebnisse. Erstellen Sie zusätzlich eine geeignete Wertetabelle, die die Funktionswerte  $f(2,75)$  und  $f(3,25)$  enthält.  
Maßstab auf beiden Achsen: 1 LE = 1 cm.
- 2.0 Gegeben ist nun die abschnittsweise definierte reelle Funktionenschar
- $$g_a : x \mapsto \begin{cases} \frac{4-x}{\ln(4-x)} & \text{für } x < 4 \wedge x \neq 3 \\ \frac{x^2 - 8x + a^2}{x} & \text{für } x \geq 4 \end{cases} \quad \text{mit } a \in \mathbb{R}.$$
- Für die folgenden Teilaufgaben sollen die in den Teilaufgaben 1.1 und 1.2 gewonnenen Erkenntnisse über die Funktion  $f$  verwendet werden.
- 4 2.1 Bestimmen Sie  $a$  so, dass die zugehörige Funktion  $g_a$  an der Stelle  $x_0 = 4$  stetig ist.  
Setzen Sie für die folgenden Teilaufgaben  $a = 4$ .
- 4 2.2 Zeigen Sie, dass die Funktion  $g_4$  an der Stelle  $x_0 = 4$  differenzierbar ist.
- 2 2.3 Geben Sie die Gleichungen der Tangente und der Normale des Graphen der Funktion  $g_4$  an der Stelle  $x_0 = 4$  an.
- 3 2.4 Erweitern Sie die graphische Darstellung der Funktion  $f$  aus 1.4 zu einer graphischen Darstellung der Funktion  $g_4$  unter Verwendung bisheriger Ergebnisse für  $4 \leq x \leq 7$ .
- 7 2.5 Die  $x$ -Achse, die Gerade mit der Gleichung  $x = 7$  und der Graph der Funktion  $g_4$  schließen im ersten Quadranten ein endliches Flächenstück ein. Kennzeichnen Sie dieses Flächenstück in der graphischen Darstellung und berechnen Sie seinen Flächeninhalt auf zwei Nachkommastellen gerundet.

Graph dazu:

