

- BE 1.0 Gegeben ist die reelle Funktion $f : x \mapsto \frac{4-x}{\ln(4-x)}$ in der Definitionsmenge $D_f = \{x \mid x < 4 \wedge x \neq 3\}$.
- 6 1.1 Ermitteln Sie das Verhalten der Funktionswerte $f(x)$ für $x \rightarrow -\infty$, $x \rightarrow 3$ und $x \rightarrow 4$.
- 7 1.2 Berechnen Sie die erste Ableitung der Funktion f und untersuchen Sie deren Verhalten für $x \rightarrow 4$.
(Teilergebnis: $f'(x) = \frac{1 - \ln(4-x)}{(\ln(4-x))^2}$)
- 6 1.3 Ermitteln Sie das Monotonieverhalten sowie die Koordinaten und die Art des relativen Extrempunktes des Graphen der Funktion f .
- 7 1.4 Zeichnen Sie den Graphen der Funktion f und seine Asymptote in ein kartesisches Koordinatensystem für $-3 \leq x < 4$.
Verwenden Sie dazu die bisherigen Ergebnisse. Erstellen Sie zusätzlich eine geeignete Wertetabelle, die die Funktionswerte $f(2,75)$ und $f(3,25)$ enthält.
Maßstab auf beiden Achsen: 1 LE = 1 cm.
- 2.0 Gegeben ist nun die abschnittsweise definierte reelle Funktionenschar
- $$g_a : x \mapsto \begin{cases} \frac{4-x}{\ln(4-x)} & \text{für } x < 4 \wedge x \neq 3 \\ \frac{x^2 - 8x + a^2}{x} & \text{für } x \geq 4 \end{cases} \quad \text{mit } a \in \mathbb{R}.$$
- Für die folgenden Teilaufgaben sollen die in den Teilaufgaben 1.1 und 1.2 gewonnenen Erkenntnisse über die Funktion f verwendet werden.
- 4 2.1 Bestimmen Sie a so, dass die zugehörige Funktion g_a an der Stelle $x_0 = 4$ stetig ist.
Setzen Sie für die folgenden Teilaufgaben $a = 4$.
- 4 2.2 Zeigen Sie, dass die Funktion g_4 an der Stelle $x_0 = 4$ differenzierbar ist.
- 2 2.3 Geben Sie die Gleichungen der Tangente und der Normale des Graphen der Funktion g_4 an der Stelle $x_0 = 4$ an.
- 3 2.4 Erweitern Sie die graphische Darstellung der Funktion f aus 1.4 zu einer graphischen Darstellung der Funktion g_4 unter Verwendung bisheriger Ergebnisse für $4 \leq x \leq 7$.
- 7 2.5 Die x -Achse, die Gerade mit der Gleichung $x = 7$ und der Graph der Funktion g_4 schließen im ersten Quadranten ein endliches Flächenstück ein. Kennzeichnen Sie dieses Flächenstück in der graphischen Darstellung und berechnen Sie seinen Flächeninhalt auf zwei Nachkommastellen gerundet.

Graph dazu:

